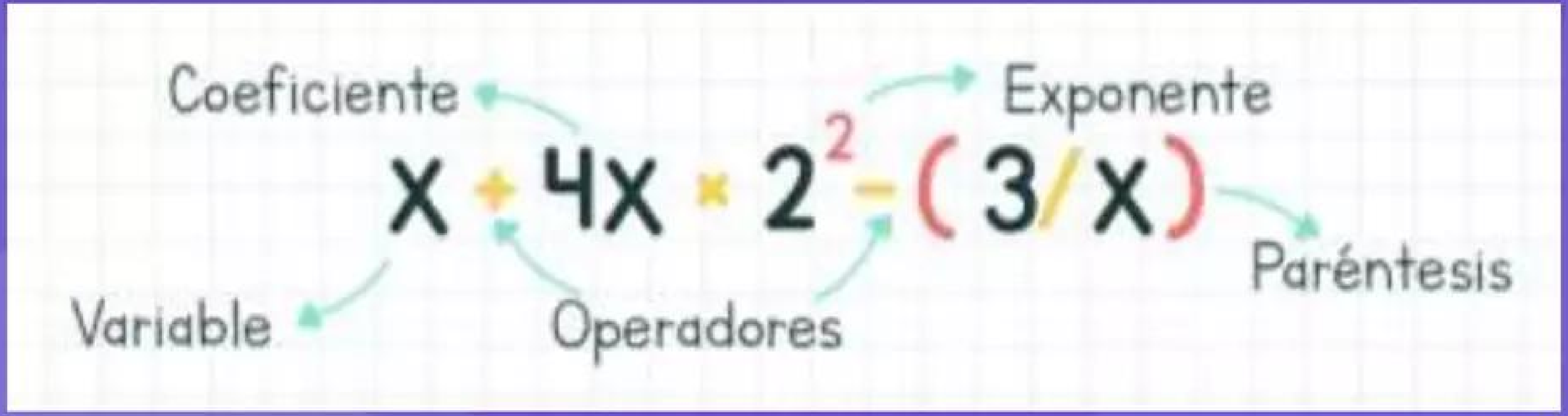
# Expresiones Algebraicas

**Una expresión algebraica es la mezcla de variables y números conectados por los signos de la suma, resta, multiplicación, división y potenciación.**



# 1 SUMA Y RESTA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

## MONOMIOS

**Un monomio es una expresión algebraica que consta de un solo termino.**

Ejemplo:

$$-2ab^2$$

**La suma y la resta de monomios solamente puede realizarse con monomios semejantes, los que tienen la misma parte literal donde se incluyen los exponentes de cada variable.**

$$5x^2 \qquad 6x^2$$

**Consiste en sumar o restar los coeficientes manteniendo la parte literal.**

**No se pueden sumar ni restar monomios con diferente parte literal.**

# Ejercicios

## Resta de Monomios

1. De $8xy$ restar $2xy$

$8xy - 2xy$
$= 6xy$

2. De $-3x^2$ restar $-6x^2$

$-3x^2 + 6x^2$
$= 3x^2$

## Suma de Monomios

1. Sumar $3x^2$ con $6x^2$

$3x^2 + 6x^2$
$= 9x^2$

2. Sumar $3a$; $5a$ y $2b$

$3a + 5a + 2b$
$= 8a + 2b$

# SUMA Y RESTA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

## POLINOMIO

Un polinomio es una expresión que esta formada por dos o mas términos algebraicos que se conectan con los símbolos de suma y resta.

Ejemplo:

$$3x + 4y$$

**Sumar o restar polinomios equivale a sumar o restar los monomios (del polinomio) semejantes dos a dos.**

### SUMA

Para saber cómo sumar polinomios es fundamental que las variables y exponentes estén ordenados.

1. El primer paso consiste en ordenar los polinomios de mayor a menor.
2. Se debe agrupar los monomios con el mismo grado.
3. Finalmente, se procede a sumar los monomios semejantes.

### RESTA

Para restar polinomios se deberá sumar al minuendo el opuesto del sustraendo.

1. Primero se debe obtener el sustraendo de P(x). Esto se hace resolviendo ese paréntesis.
2. Se agrupan los términos semejantes.
3. Se operan elementos similares.

# Ejercicios

## Resta de Polinomio

1. De $6X+2Y$ restar $4X-3Y$

$$6X+2Y-(4X-3Y)$$
$$=6X+2Y-4X+3Y$$
$$=6X-4X+2Y+3Y$$
$$=2X+5Y$$

2. Restar $3X^2+2X-5$ de $5X^2-3X-4$

$$-(3X^2+2X-5)+5X^2-3X-4$$
$$=-3X^2+5X^2-2X-3X+5-4$$
$$=2X^2-5X+1$$

## Suma de Polinomio

1. Sumar $X^2+X-9$ y $3X^2-2X-6$

$$(X^2+X-9)+(3X^2-2X-6)$$
$$=(X^2+3X^2)+(X-2X)+(-9-6)$$
$$=4X^2+X-15$$

2. Sumar $a^x+3a^{X+2}$ ; $5a^{X-1}+6a^{X-3}$ ; $7a^{X-3}-2a^x-3a^{X+2}$

$$(a^X+3a^{X+2})+(5a^{X-1}+6a^{X-3})+(7a^{X-3}-2a^x-3a^{X+2})$$
$$=(a^x-2a^x)+(3a^{X+2}--3a^{X+2})+(5a^{X-1})+(6a^{X-3}+7a^{X-3})$$
$$=-a^x+5a^{X-1}+13^{X-3}$$

# VALOR NUMÉRICO:

El valor numérico de una expresión algebraica es el número que resulta de sustituir las variables de la de dicha expresión por valores concretos y completar las operaciones. Una misma expresión algebraica puede tener muchos valores numéricos diferentes, en función del número que se asigne a cada una de las variables de la misma.

## Ejercicio

Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones para: $a = 7$ $b = -3$ $c = -9$

1. $2a + b$
2. $abc$
3. $-5a + 4c$

| | | |
|---|---|---|
| 1. $2a + b$ <br> $= 2 . 7 + (-3)$ <br> $= 14 - 3$ <br> $= 11$ | 2. $abc$ <br> $= 7 . (-3) . (-9)$ <br> $= 189$ | 3. $-5a + 4c$ <br> $= -5 . 7 + 4 . (-9)$ <br> $= -35 - 36$ <br> $= -71$ |

# 2 MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

**La multiplicación de dos expresiones algebraicas es otra expresión algebraica, en otras palabras, es una operación matemática que consiste en obtener un resultado llamado producto a partir de dos factores algebraicos llamada multiplicando y multiplicador.**

**Multiplicación entre monomios:**

- Primero multiplicamos los coeficientes de cada monomio
- Luego multiplicamos la parte literal
- Aplicamos las ley distributiva
- Por ultimo aplicamos finalmente la leyes de los signos.

**Multiplicación de monomio por un polinomio:**

Este tipo de multiplicación tiene la siguiente forma **a( b+c ) = ab + ac** donde a, b,y c son monomios

**Multiplicación entre polinomios:**

La forma mas básica o reducida de la multiplicación entre dos polinomio es de la forma **(a+b) (c+d) = ac + bc + ad + bd** esto es, la multiplicación entre dos binomios, su prueba es muy sencilla, es tan solo aplicando la propiedad distributiva.

**Tener siempre en cuenta:**

**Leyes de potenciación**

**Multiplicación de potencias de bases iguales** → $a^{a} . a^{m} = a^{n+m}$

**Potencia de un producto** → $( ab^{n} ) = a^{n} . b^{n}$

**Potencia de potencia** → $( a^{n} )^{m} = a^{nm}$

**Leyes de los Signos**

La multiplicación de signos iguales es siempre positiva.

La multiplicación de signos diferentes es siempre negativa.

# DIVISION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

**La división algebraica es una operación entre dos expresiones algebraicas llamadas dividendo y divisor para obtener otra expresión llamado cociente por medio de un algoritmo.**
**Debemos tener en cuenta un punto importante: el mayor exponente de algún término del dividendo debe ser mayor o igual al mayor exponente de algún término del divisor.**

**<u>División con monomios:</u>** se dividen los coeficientes y las literales se restan junto con sus exponentes

**Ejemplo:**
**-5xm + 2y4z / -4xm – 4y3z = 5/4 x6y**

**<u>División de polinomio entre monomios</u>**: se realiza dividiendo cada uno de los factores del polinomio entre el factor del monomio

**Ejemplo:**
**-3ª 3 – 6ª 2b + 9ab2 / 3ª = a2 – 2ab + 3b2**

**<u>División de polinomios:</u>** para dividir un polinomio entre otro polinomio es necesario seguir los siguientes pasos

1. Se ordenan los 2 polinomios en orden descendentes y alfabético.
2. Se divide el primer termino del dividendo entre el primer termino del divisor
3. Se multiplica el primer termino del cociente por el divisor y el producto obtenido se resta del dividendo, obteniendo un nuevo dividendo
4. Se repiten los pasos 2 y 3 hasta que el resultado sea 0 o menor exponente que el dividendo

**Ejemplo:**
**-15x2 + 22xy – 8y2 / - 3 x + 2y = 5x – 4y**

# Ejercicios

## División

1. Dividir $\frac{1}{2}X^4 - \frac{2}{3}X^3$ entre $\frac{2}{3}x^2$

$$\frac{\frac{1}{2}X^4 - \frac{2}{3}X^3}{\frac{2}{3}X^2} = \frac{3}{4}X^2 - \frac{6}{6}X$$

$$= \frac{3}{4}X^2 - X$$

2. Dividir $6x^{2n} - 4x^{3n}$ entre $2x^n$

$$\frac{6x^{2n} - 4x^{3n}}{2x^n} = 3x^N - 2x^{2n}$$

## Multiplicación

1. $(5x^3 - 4x^2 + x)(-3x^2 + 6x - 7)$

$= 5x^2(-3x^2 + 6x - 7) - 4x^2(-3x^2 + 6x - 7) + x(-3x^2 + 6x - 7)$

$= -15x^5 + 30x^4 - 35x^3 + 12x^4 - 24x^3 + 28x^2 - 3x^3 + 6x - 7x$

$= -15x^5 + 42x^4 - 62x^3 + 34x^2 - 7x$

2. $5x^2(2x^3 + 3y^3)$

$= 5x^2(2x^3) + 5x^2(3y^3)$

$= 10x^5 + 15x^2y^3$

# 3 PRODUCTO NOTABLE DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

**En matemáticas, un producto corresponde al resultado que se obtiene al realizar una multiplicación. Sabemos que algo es notable cuando nos llama la atención o destaca entre un grupo de cosas.**

**Entonces, los productos notables son simplemente multiplicaciones especiales entre expresiones algebraicas, que por sus características destacan de las demás multiplicaciones. Las características que hacen que un producto sea notable, es que se cumplen ciertas reglas, tal que el resultado puede ser obtenido mediante una simple inspección, sin la necesidad de verificar o realizar la multiplicación paso a paso**

- **Binomio al cuadrado:**

**Suma:** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
**Resta :** $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- **Binomios Conjugados:**

$$(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$$

- **Binomios con términos común:**

$$(x + a)\ (x + b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

- **Binomio al cubo:**

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3a\,b^2 - b^3$$

# Ejercicios

1. $(5 + 6X^3)\ (5 - 6X^3)$

$= 5^2 - (6X^3)^2$

$= 25 - 36X^6$

2. $(x + 5)^3$

$= X^3 + 3.\ X^2.\ 5 + 3.\ X.\ 5^2 + 5^3$

$= X^3 + 3X^2.\ 5 + 3.\ X.\ 25 + 125$

$= X^3 + 15\ X^2 + 75\ X + 125$

# 4 FACTORIZACION POR PRODUCTO NOTABLE

**Factorización:** Es descomponer una expresión algebraica en factores cuyo producto es igual a la expresión propuesta. La factorización se considera la operación inversa a la multiplicación, pues el propósito de esta ultima es hallar el producto de dos o mas factores, mientras la factorización, se busca los factores de u n producto dado

**Factorización de un trinomio cuadrado perfecto:** Un trinomio cuadrado perfecto es una expresión algebraica de la forma $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$

Para determinar si un trinomio es cuadrado perfecto se debe :

1. Identificar si el primer y tercer termino son cuadrados perfectos , obteniendo la raíz cuadrada de cada uno de los términos
2. El segundo termino debe ser el doble producto de la raíz cuadrada de los términos anteriores

Ejemplo :

- Si se tiene un trinomio $x^2 + 20x + 100$
- Se identifican los dos términos probables a ser cuadrad os perfectos y se les saca la raíz cuadrada

$x^2 = x$

$100 = 10$

- Verificar si el segundo termino corresponde al doble producto de las raíces de los términos anteriores

$20x$

- Por tanto $x^2 = 20x + 100$es un trinomio cuadrado perfecto

# Ejercicios

1. Factorizar $16x^2 + 40x + 25$

$16x^2 = 4x$

$25 = 5$

$2(4x)(5) = 40$

$(4x + 5)(4x + 5) = (4x + 5)^2$

2. Factorizar $4x^2 + 28x + 49$

$4x^2 = 2x$

$49 = 7$

$2(2x)(7) = 28$

$(2x + 7)(2x + 7) = (2x + 7)^2$